



# **ROZ I. – CVIČENÍ V.**

---

Morfologické operace v obraze – teorie & praxe



# TEORIE

---

## Morfologické operace v obraze

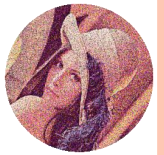
Zdroje (27. 4. 2011):

Wikipedia EN: [http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical\\_morphology](http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_morphology)

CMP: <http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac/>

# MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

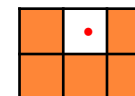
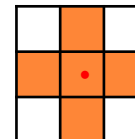
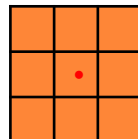
- Začátek v šedesátých letech
  - Francouzi *Matheron a Serra*
- Morfologie – nauka o tvarech
- Matematická morfologie – operace pro extrakci požadovaných částí obrazu
- Nelineární operace
- Binární / šedotónová
- Použití:
  - předzpracování obrazu
  - segmentace s důrazem na tvar hledaných objektů
  - kvantitativní popis nalezených objektů
- Aplikace:
  - biologie, materiálový výzkum, geologie, rozpoznávání znaků a dokumentů, atd.



# ZÁKLADNÍ MORFOLOGICKÉ POJMY

- Binární obraz – lze vyjádřit jako 2D **bodovou množinu**  $X$  s počátkem ●
- $X$  - body objektů v obraze (hodnota 1)
  - $X = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3)\}$
- $X^c$  - body doplňku popisující pozadí (hodnota 0)
  - $X^c = \{(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (1,0), (1,4), (2,0), (2,1), (2,4), (3,0), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)\}$
- Morfologická transformace (MT)  $\psi$  je dána relací mezi obrazem ( $X$ ) a jinou bodovou množinou  $B$ 
  - $B$  – strukturní element s lokálním počátkem  $O$  (●), kterému říkáme aktuální (reprezentativní) bod
- $\forall \psi(X) \exists \psi^*(X) : \psi(X) = (\psi^*(X^c))^c$ 
  - $\psi^*$  je duální transformace

	0	1	2	3	4
0	●				
1		■	■	■	
2			■	■	
3					



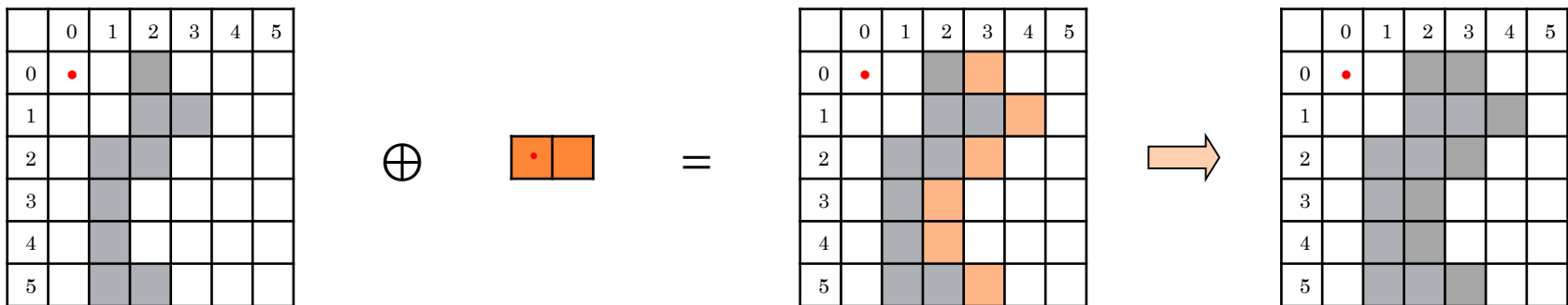
# ZÁKLADNÍ MORFOLOGICKÉ OPERACE

## ○ Minkowského součet:

- $X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b$
- Minkowského součet  $X$  a  $B$  posunuje, zvětšuje a deformuje množinu  $X$
- (Hermann Minkowski 1864-1909, geometrie čísel 1889)

## ○ Binární dilatace:

- $X \oplus B = \{p \in \mathbb{E}^2 : p = x + b, x \in X \wedge b \in B\}$
- sjednocení posunutých bodových množin

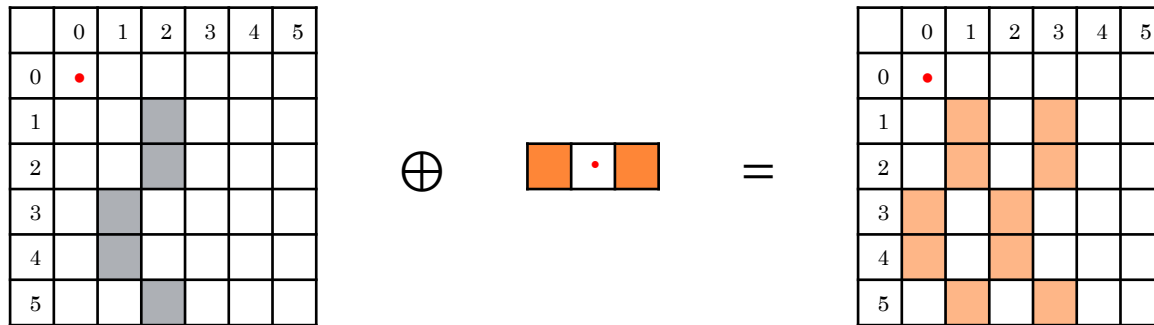


- Zaplňuje díry a zálivy menší než strukturní element
- Zvětší původní velikost objektu

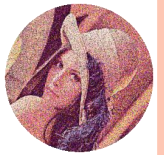
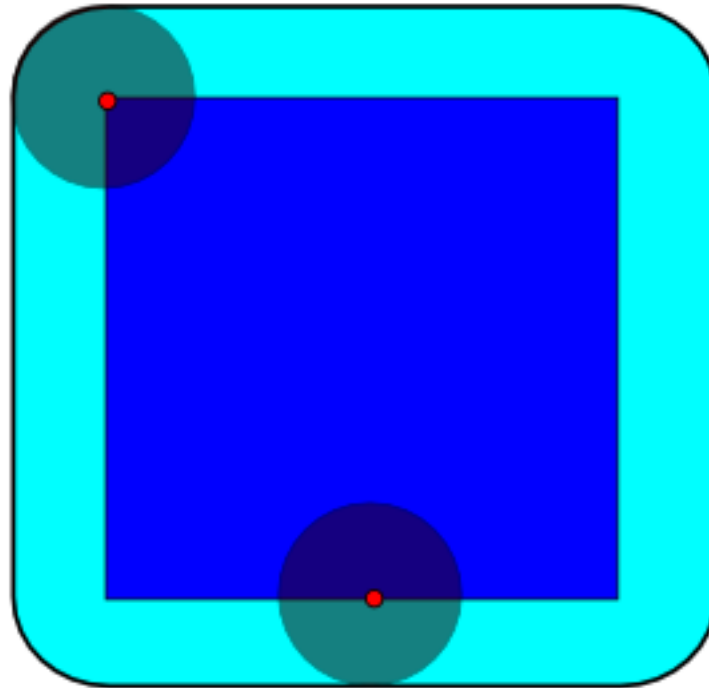


# VLASTNOSTI DILATACE

- **Komutativní:**  $X \oplus B = B \oplus X$
- **Asociativní:**  $X \oplus (B \oplus D) = (X \oplus B) \oplus D$
- **Invariantní vůči posunu:**  $X_h \oplus B = (X \oplus B)_h$
- **Rostoucí transformace:**
  - Je-li  $X \subseteq Y \wedge (0,0) \in B \rightarrow X \subseteq Y \oplus B$
  - Co když počátek  $(0,0) \notin B$ :



# GRAFICKÁ INTERPRETACE DILATACE



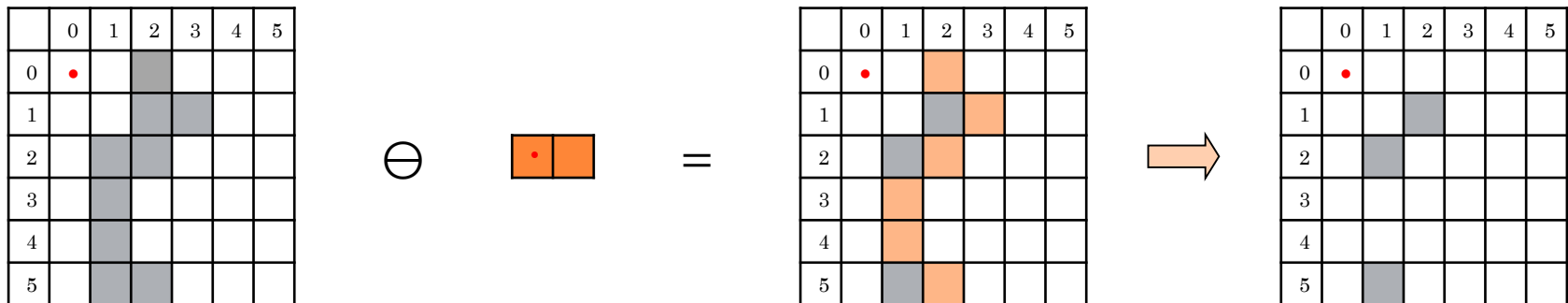
# ZÁKLADNÍ MORFOLOGICKÉ OPERACE

## ○ Minkowského rozdíl:

- $X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_{-b}$
- (pojem zavedl až H. Hadwiger 1957)

## ○ Binární eroze:

- $X \ominus B = \{x \in \mathbb{E}^2 : \forall b \in B \forall x + B \in X\}$
- Průnik  $\forall$  posunů obrazu  $X$  o vektory  $-b \in B$



## ○ Objekty menší než strukturní element zmizí





# VLASTNOSTI EROZE

## ○ Antiextenzivní:

- Je-li počátek  $(0,0) \in B \rightarrow X \ominus B \subseteq X$

## ○ Invariantní vůči posunu:

- $X_h \ominus B = (X \ominus B)_h$

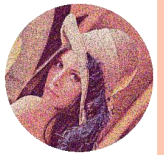
## ○ Zachovává inkluzi:

- Je-li  $X \subseteq Y \rightarrow X \ominus B \subseteq Y \ominus B$



# GRAFICKÁ INTERPRETACE EROZE

- $X \ominus B = \{p \in \mathbb{E}^2 \mid B_p \subseteq A\}$

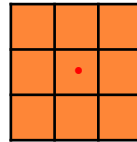


# OBRYŠ POMOCÍ EROZE

- Obrys...  $\partial X$ 
  - Hranice obrazu X, tloušťky 1
- $\partial X = X \setminus X \ominus B$

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	

$\ominus$



=

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■	■		
5						

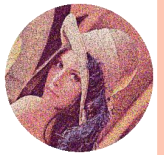
	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	

$\setminus$

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■	■		
5						

=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■	■	
2		■	■		■	
3		■			■	
4		■			■	
5		■	■	■	■	



# OPENING - OTEVŘENÍ

- Eroze následovaná dilatací:
  - $X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$
- Zmizí výběžky menší než strukturní element
- Je-li  $X \equiv X \circ B \gg X$  je otevřený vzhledem k  $B$

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2		■	■			
3		■	■	■		
4		■	■			
5		■	■			

$\ominus$



=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2			■	■	■	
3			■	■	■	
4			■	■	■	
5			■	■		

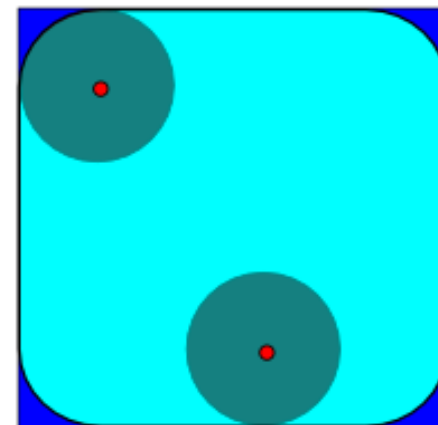
	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■			
5						

$\oplus$



=

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■			
5						



# CLOSING - UZAVŘENÍ

- Dilatace následovaná erozí:
  - $X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$
- Zaplnění děr menších než strukturální element
- Je-li  $X \equiv X \bullet B \gg X$  je uzavřený vzhledem k  $B$

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2		■	■			
3		■	■	■		
4		■	■			
5		■	■			

$\oplus$



=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■	■		
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	
6		■	■	■		

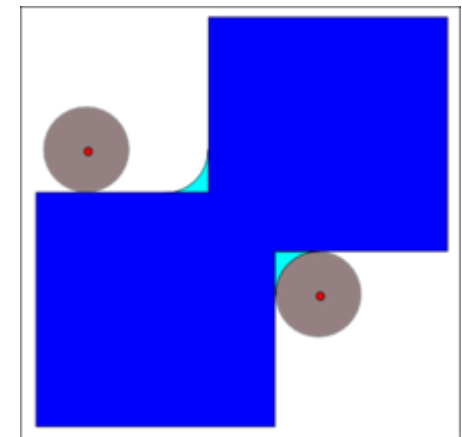
	0	1	2	3	4	5
0	•		■	■		
1			■	■	■	
2		■	■	■		
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	
6		■	■	■		

$\ominus$



=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2		■	■			
3		■	■	■		
4		■	■	■		
5		■	■	■		
6		■	■			



# VLASTNOSTI $\oplus$ $\ominus$ $\circ$ $\bullet$

## ○ Idempotence $\circ$ $\bullet$ :

- $X \bullet B = (X \bullet B) \bullet B$
- $X \circ B = (X \circ B) \circ B$

## ○ Dualita operací:

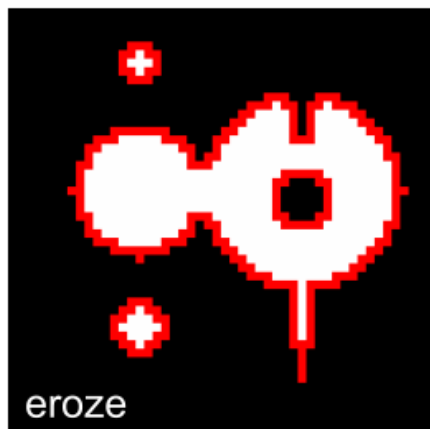
- Eroze – Dilatace
- Opening – Closing
- Pro středově symetrické  $B \approx B^S$

## ○ Jinak:

- $X \oplus B = (X^C \ominus B^S)^C$
- $X \bullet B = (X^C \circ B^S)^C$



# POROVNÁNÍ OPERACÍ $\oplus$ $\ominus$ $\circ$ $\bullet$





# PRAXE

---

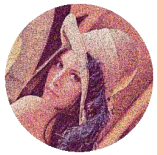
Morfologické operace v obraze



# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA I.

## ○ Naprogramujte erozi:

- `function F = erosion(I, B)`
  - I ... image
  - B ... strukturní element

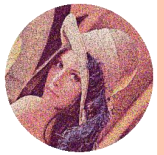


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA I. – ŘEŠENÍ

```
function R = erosion(I,B)
%I= binarni obrazek
%B=strukturni element

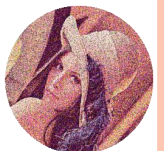
I = double(I > 0);
B = double(B > 0);
R = double(filter2(B, 1-I, 'same') == 0);

end
```



# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA II.

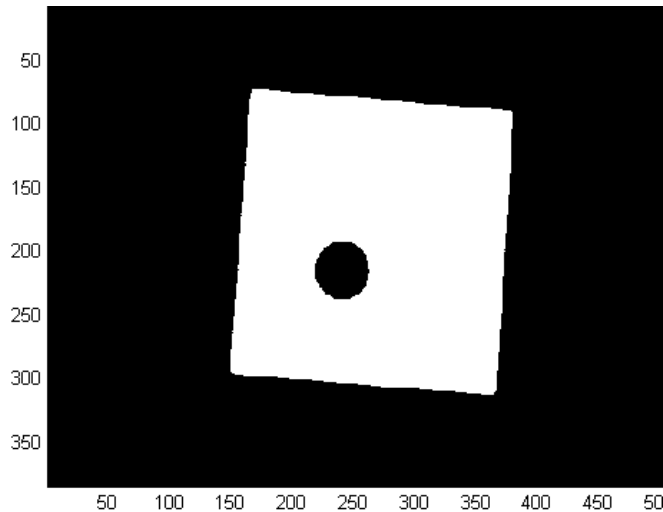
- **Použití eroze:** obr1, kruh
  - Opakovaně erodovat
  - Pozorovat co se děje



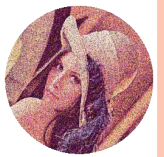
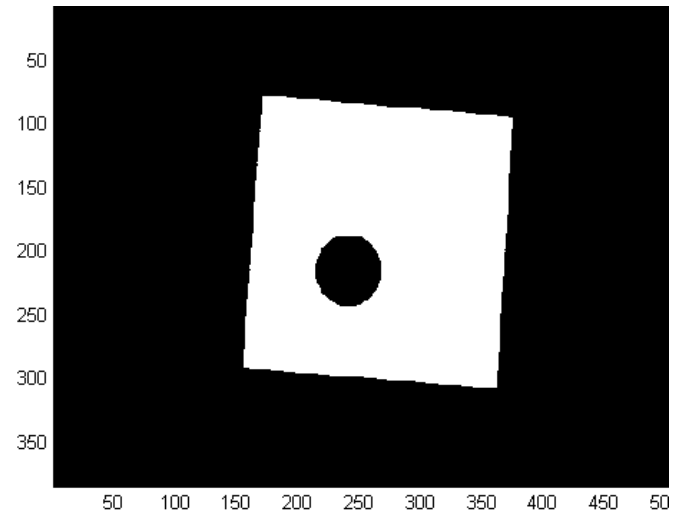
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA II. – ŘEŠENÍ

- zmenšování obvodu a zvětšování díry

Před erozí

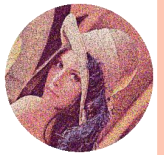


Po erozi

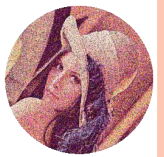
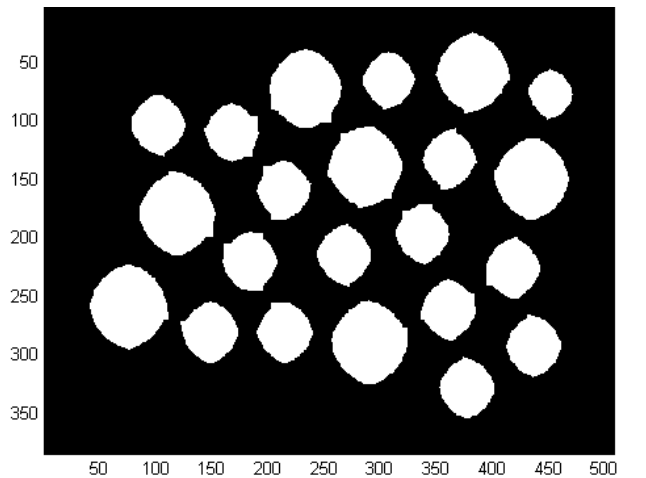
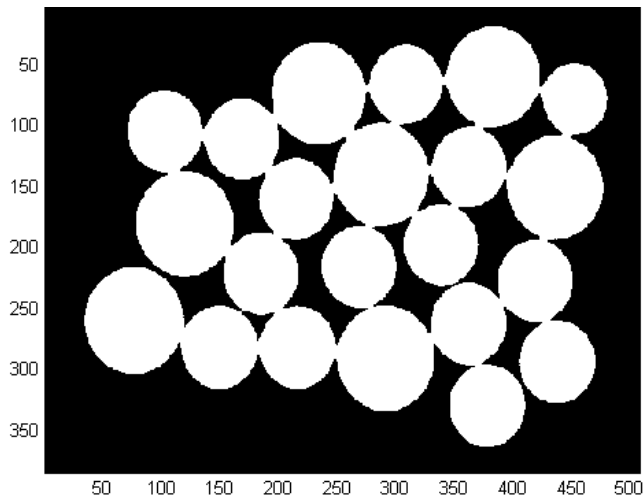
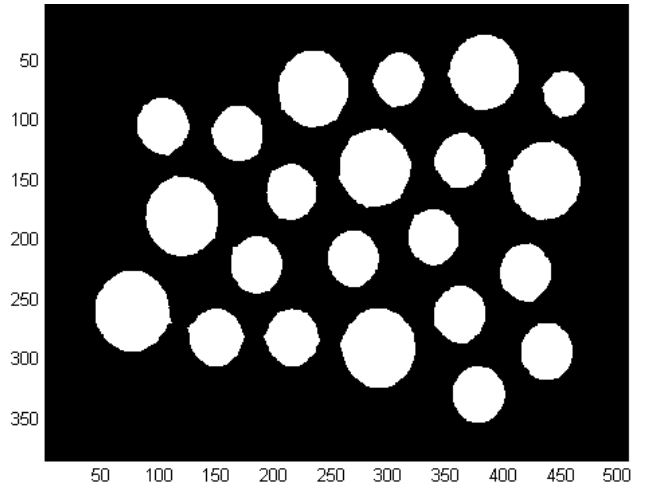
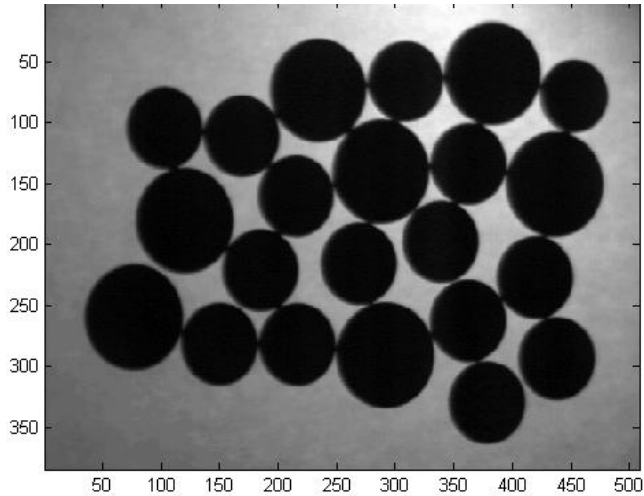


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA III.

- Počítání objektů: obr2
  - Spočítat kolik je tam velkých a kolik malých

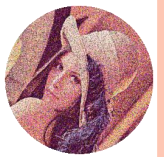
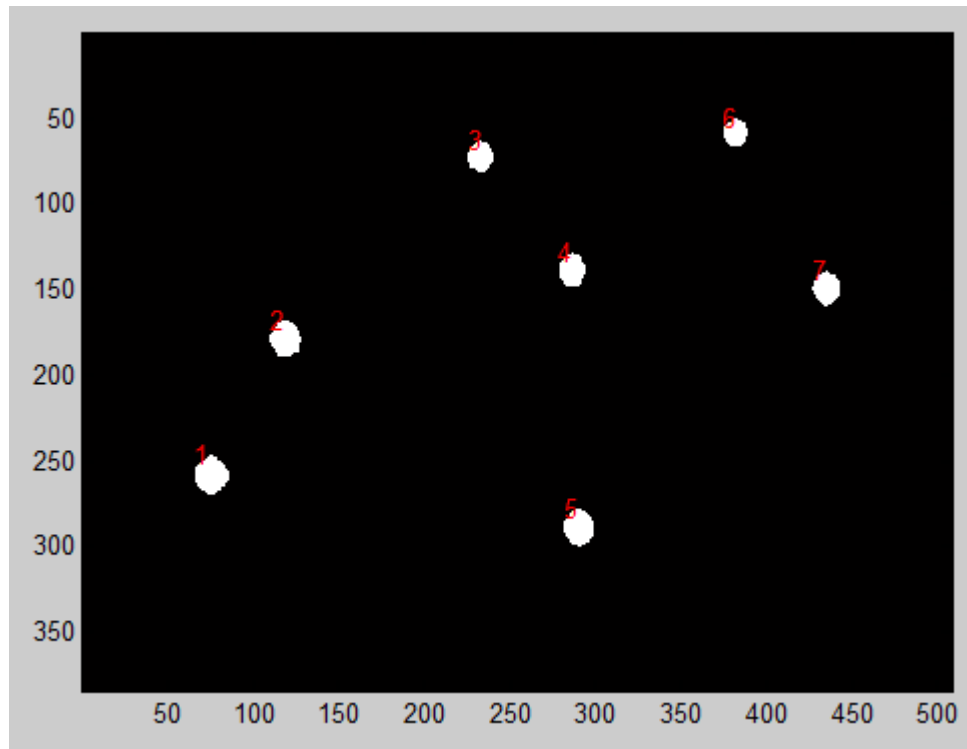


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA III. – ŘEŠENÍ



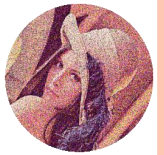
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA III. – ŘEŠENÍ

```
function F=pocet(I)
I=I<90;
K=kruh(33,66);
I=erosion(I,K);
zobr(I);
[CS, F] = label(I,1);
```



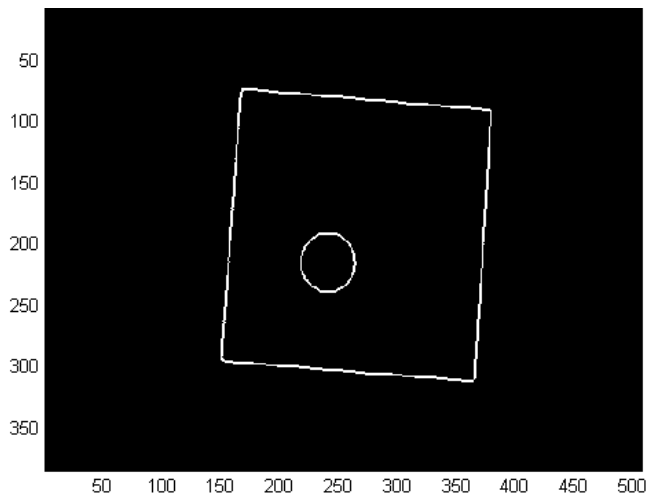
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IV.

- detekce hran: obr1
  - odečíst erodovaný obrázek
  - vyzkoušet na různé velikosti elementů
    - čtverec, 3x3, 9x9
    - kruhy podobných velikosti, porovnat



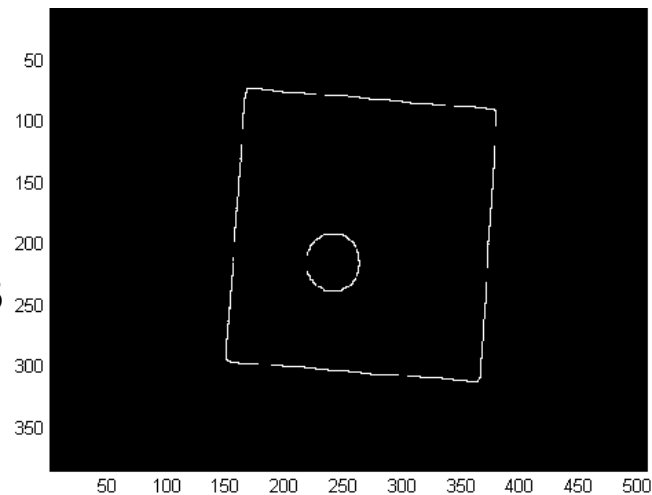


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IV. – ŘEŠENÍ



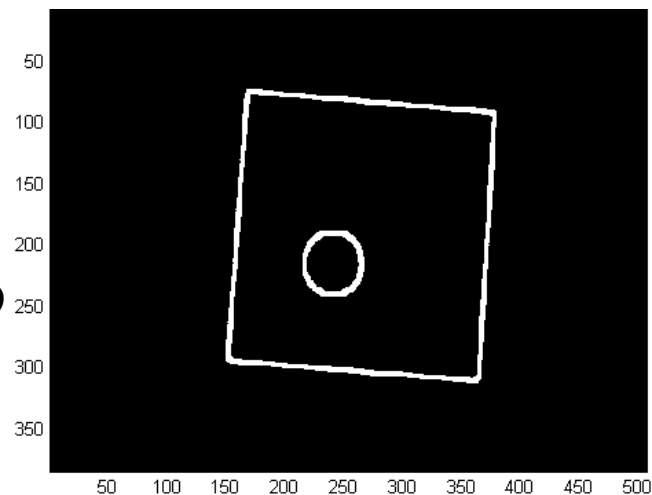
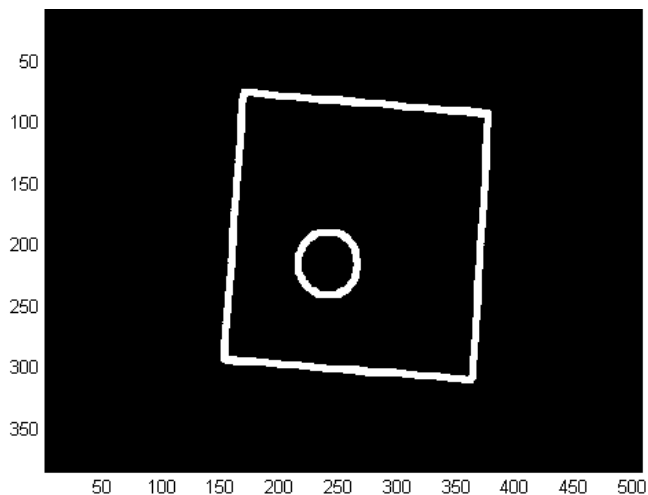
kruh 3x3

čtverec 3x3



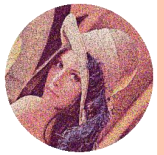
kruh 9x9

čtverec 9x9



# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA V.

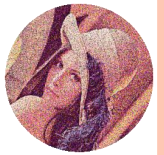
- **Naprogramujte dilataci:**
  - `function F = dilation(I, B)`
    - I ... image
    - B ... strukturní element
- Vyzkoušet dilataci - **obr1** a porovnat s erozí několikrát po sobě, třeba `kruh(11,5)`



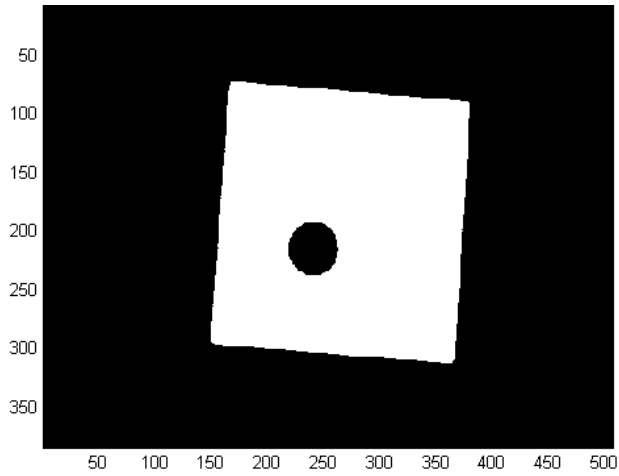
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA V. – ŘEŠENÍ

```
function R=dilation(I,B)
%I= binarni obrazek
%B=strukturni element

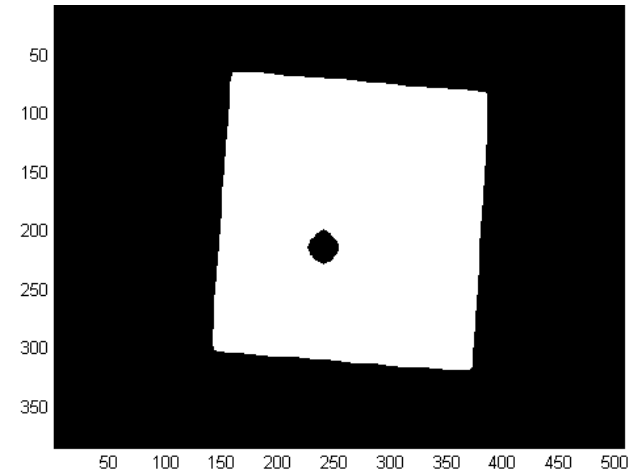
I = double(I > 0);
B = double(B > 0);
R = double(conv2(I, B, 'same') > 0);
end
```



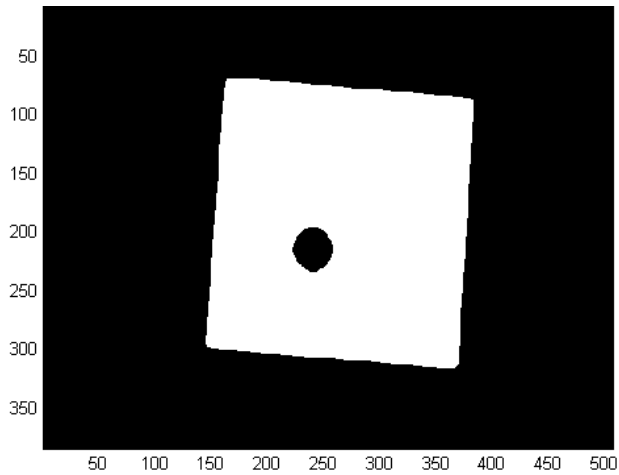
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA V. – ŘEŠENÍ



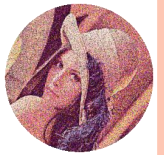
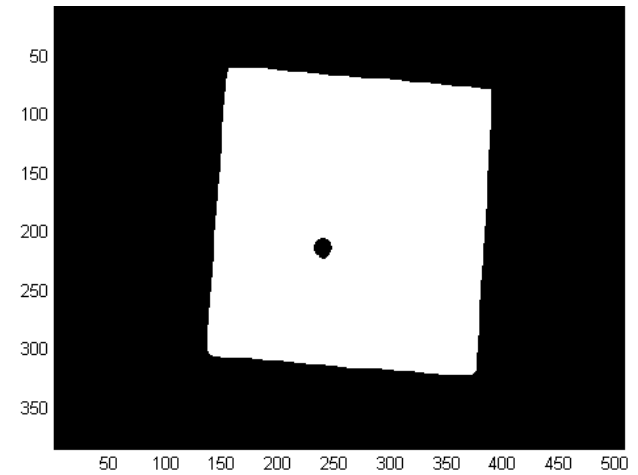
2. dilatace



1. dilatace

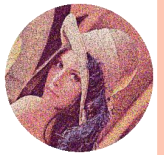


3. dilatace

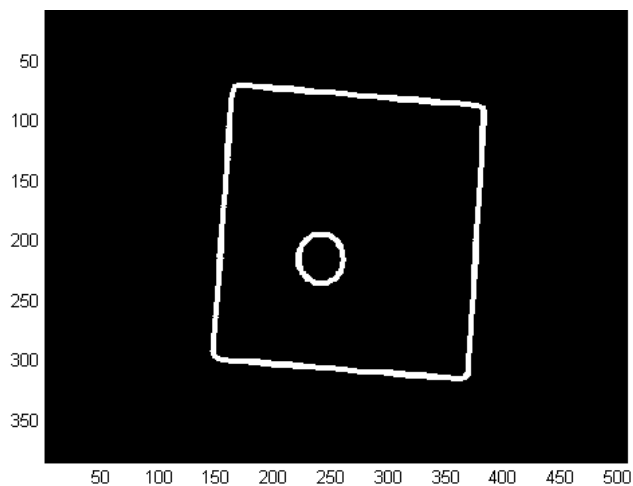


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VI.

- porovnat detekci hran erozí a dilatací - obr1

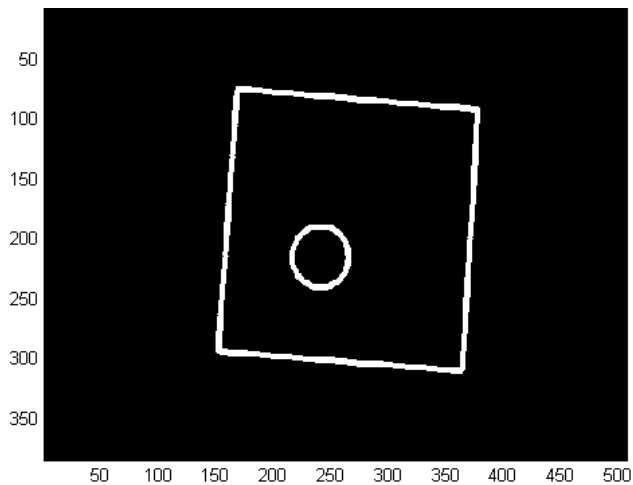
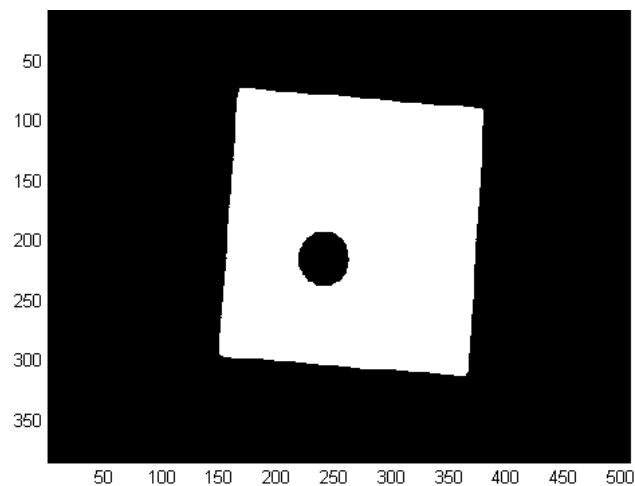


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VI. – ŘEŠENÍ



Detekce hran  
dilatací

obr1

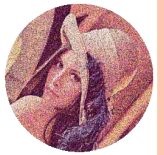
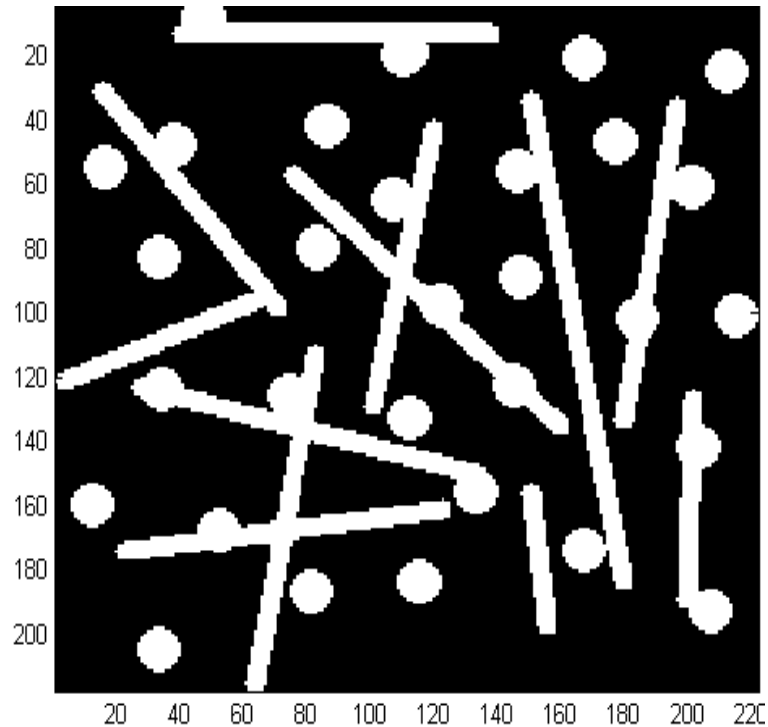


Detekce hran  
erozí



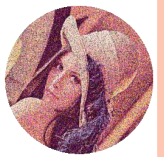
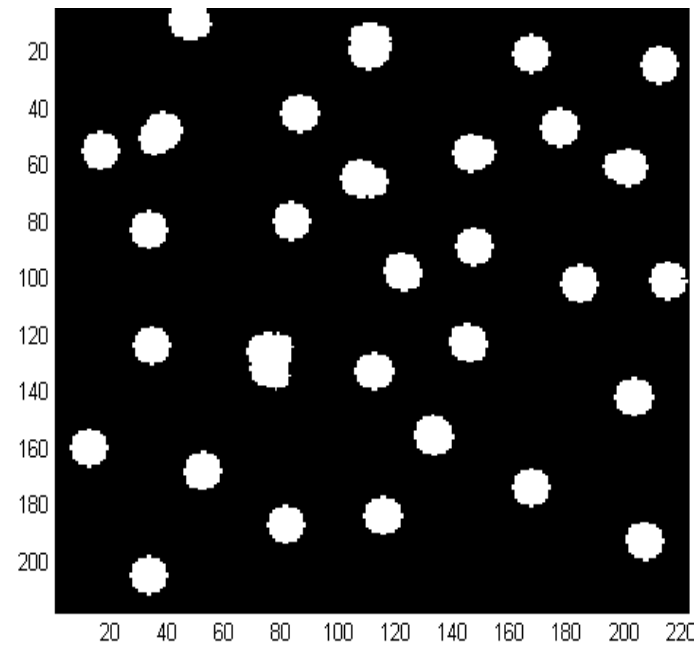
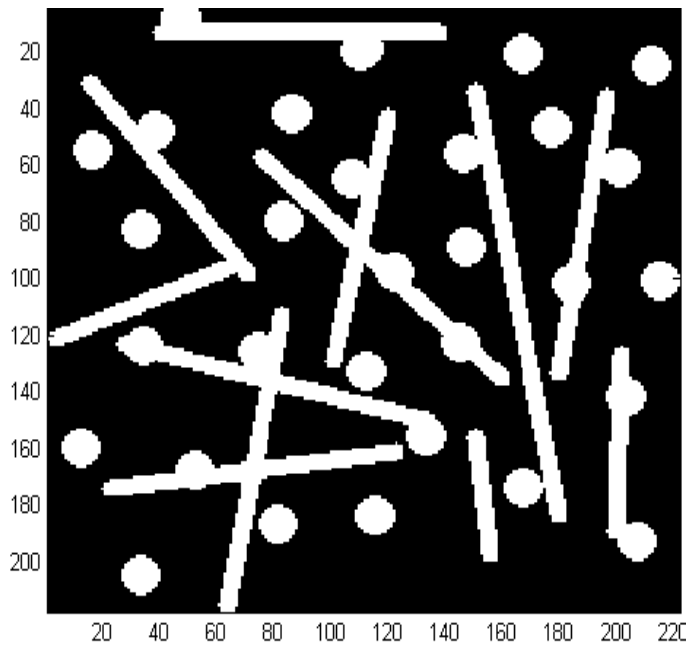
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VII.

- Naprogramujte opening a closing
- Separujte kruhy - obr3



# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VII. – ŘEŠENÍ

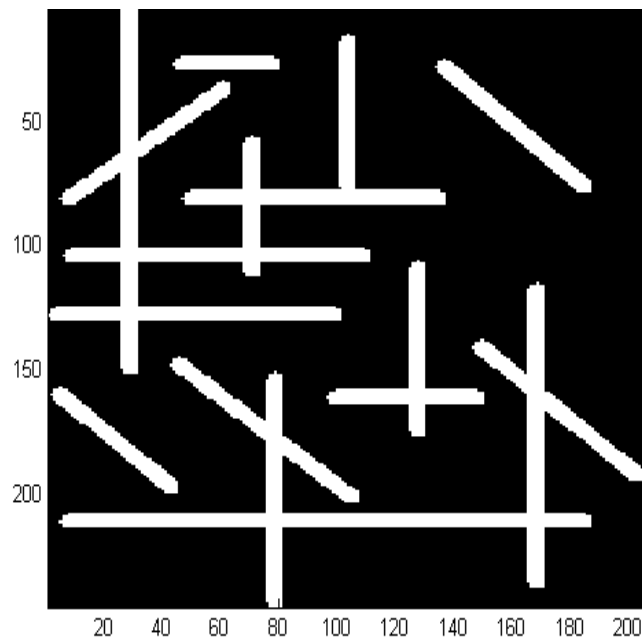
Opening s kruhem(11,5)



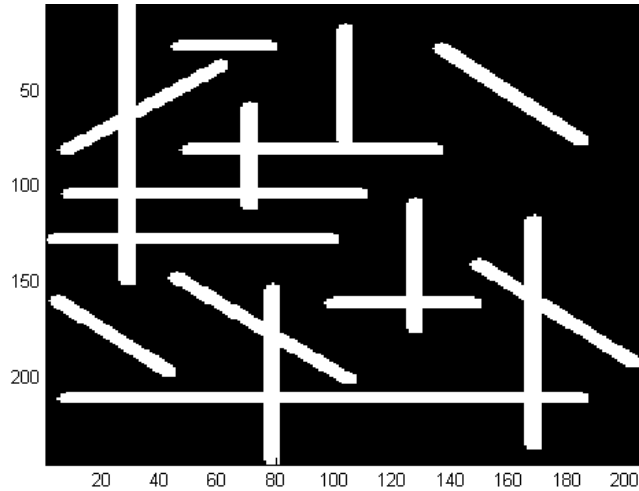


# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VIII.

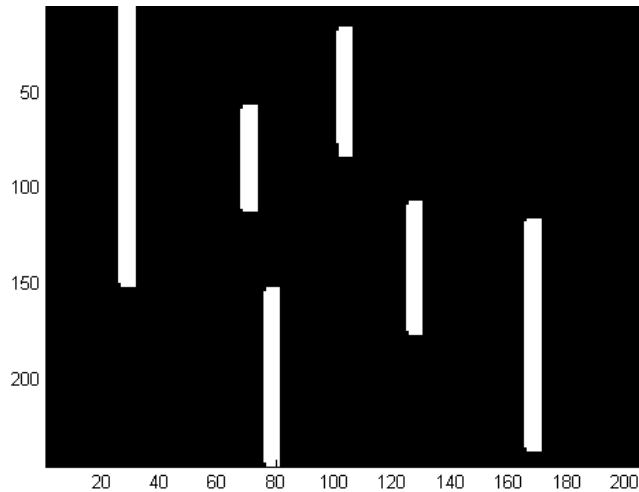
- Zobrazte pouze vodorovné/svislé čáry – obr4



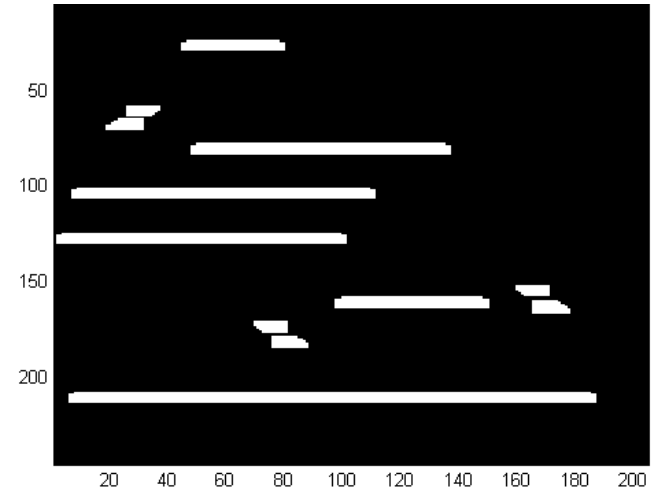
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VIII. – ŘEŠENÍ



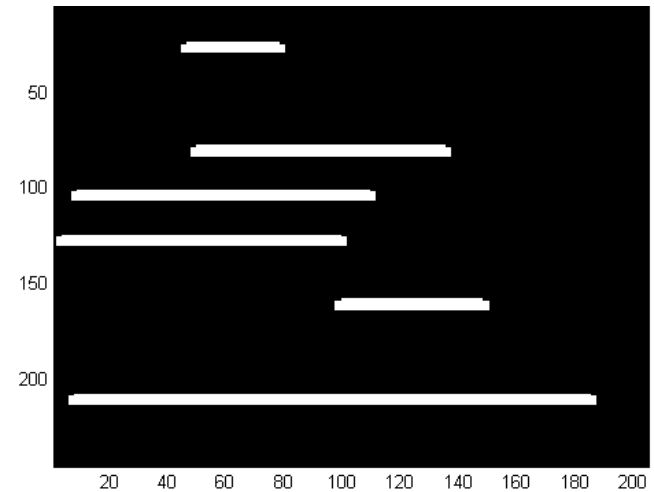
obr4  
(opening)



9x3

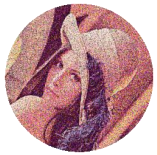


3x9



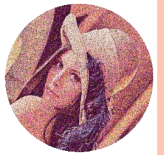
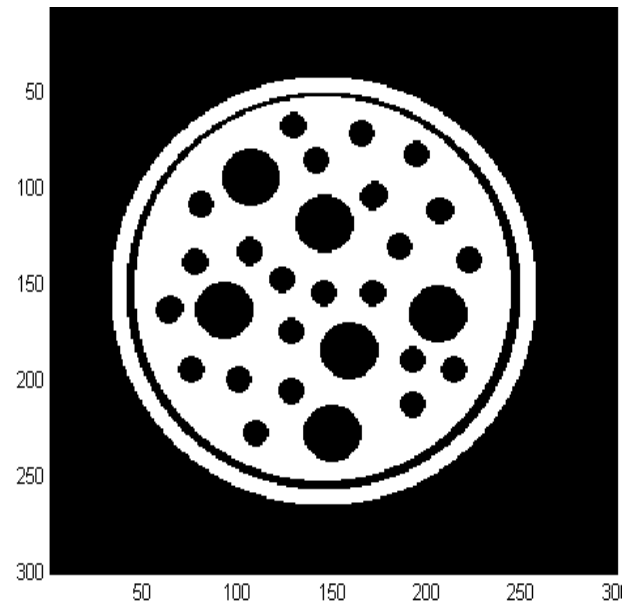
3x15

*(Jak eliminovat zbytky ve výsledku?)*



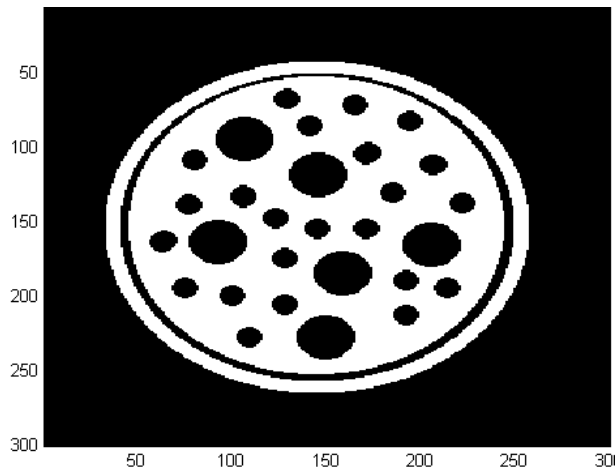
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IX.

- Zaplnit díry - obr5



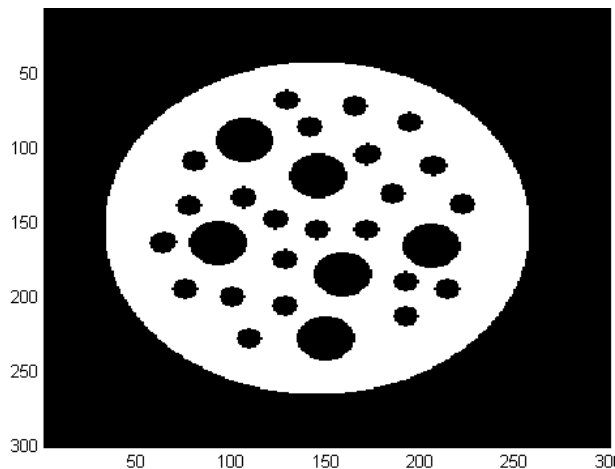
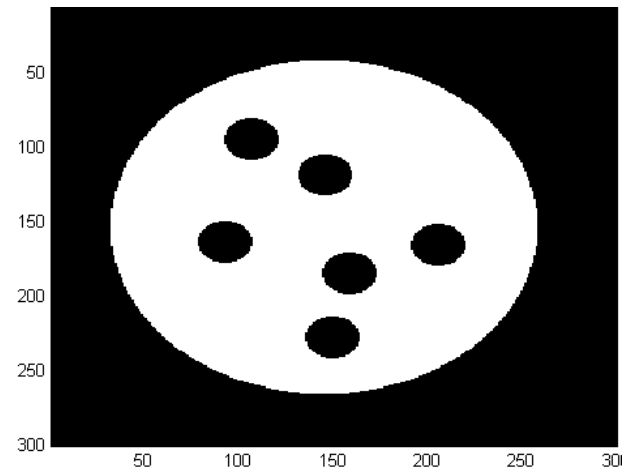
# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IX. – ŘEŠENÍ

*closing s operátorem odpovídající velikosti*



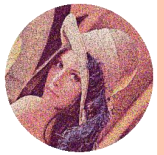
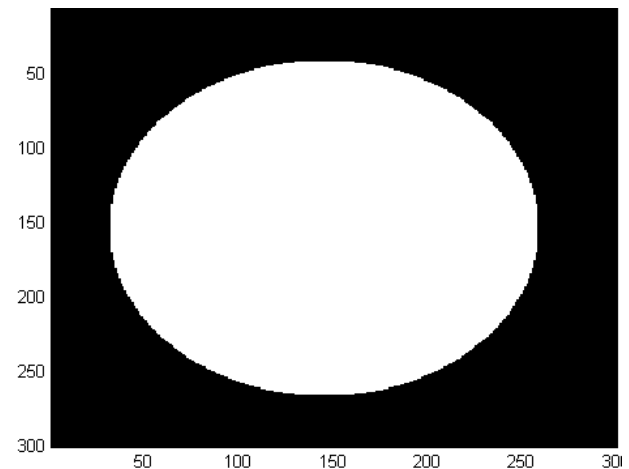
obr5

kruh(21,10)



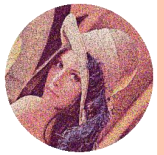
kruh(11,5)

kruh(41,20)



# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA X.

- Notová osnova - noty
  - odstranit notovou osnovu pomocí operací, které se dnes probírali



# MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA XI.

- Pro rychlíky: skeletonizace –
  - viz příklad ze zkoušky 2004

