



NPGR032 – CVIČENÍ VI.

Morfologické operace v obraze – teorie & praxe



TEORIE

Morfologické operace v obraze

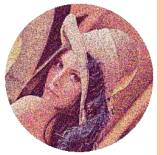
Zdroje (27. 4. 2011):

Wikipedia EN: http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_morphology

CMP: <http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac/>

MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

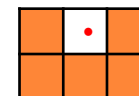
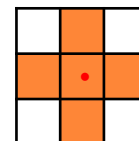
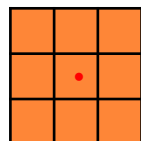
- Začátek v šedesátých letech
 - Francouzi *Matheron a Serra*
- Morfologie – nauka o tvarech
- Matematická morfologie – operace pro extrakci požadovaných částí obrazu
- Nelineární operace
- Binární / šedotónová
- Použití:
 - předzpracování obrazu
 - segmentace s důrazem na tvar hledaných objektů
 - kvantitativní popis nalezených objektů
- Aplikace:
 - biologie, materiálový výzkum, geologie, rozpoznávání znaků a dokumentů, atd.



ZÁKLADNÍ MORFOLOGICKÉ POJMY

- Binární obraz – lze vyjádřit jako 2D **bodovou množinu** X s počátkem ●
- X - body objektů v obraze (hodnota 1)
 - $X = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3)\}$
- X^C - body doplňku popisující pozadí (hodnota 0)
 - $X^C = \{(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (1,0), (1,4), (2,0), (2,1), (2,4), (3,0), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)\}$
- Morfologická transformace (MT) ψ je dána relací mezi obrazem (X) a jinou bodovou množinou B
 - B – strukturní element s lokálním počátkem O (●), kterému říkáme aktuální (reprezentativní) bod
- $\forall \psi(X) \exists \psi^*(X) : \psi(X) = (\psi^*(X^C))^C$
 - ψ^* je duální transformace

	0	1	2	3	4
0	●				
1		■	■	■	
2			■	■	
3					



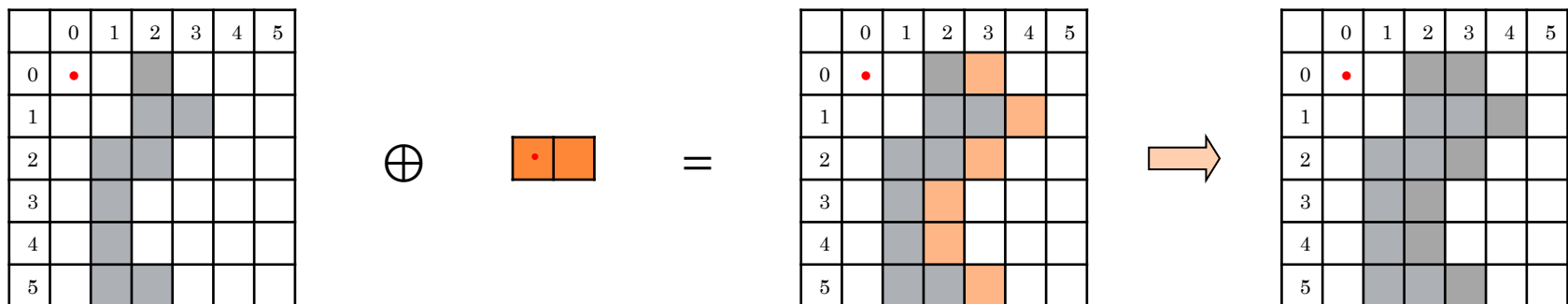
ZÁKLADNÍ MORFOLOGICKÉ OPERACE

○ Minkowského součet:

- $X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b$
- Minkowského součet X a B posunuje, zvětšuje a deformuje množinu X
- (Hermann Minkowski 1864-1909, geometrie čísel 1889)

○ Binární dilatace:

- $X \oplus B = \{p \in \mathbb{E}^2: p = x + b, x \in X \wedge b \in B\}$
- sjednocení posunutých bodových množin



- Zaplňuje díry a zálivy menší než strukturní element
- Zvětší původní velikost objektu

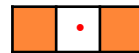


VLASTNOSTI DILATACE

- **Komutativní:** $X \oplus B = B \oplus X$
- **Asociativní:** $X \oplus (B \oplus D) = (X \oplus B) \oplus D$
- **Invariantní vůči posunu:** $X_h \oplus B = (X \oplus B)_h$
- **Rostoucí transformace:**
 - Je-li $X \subseteq Y \wedge (0,0) \in B \rightarrow X \oplus B \subseteq Y \oplus B$
 - Co když počátek $(0,0) \notin B$:

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1			■			
2			■			
3		■				
4		■				
5			■			

\oplus

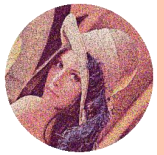
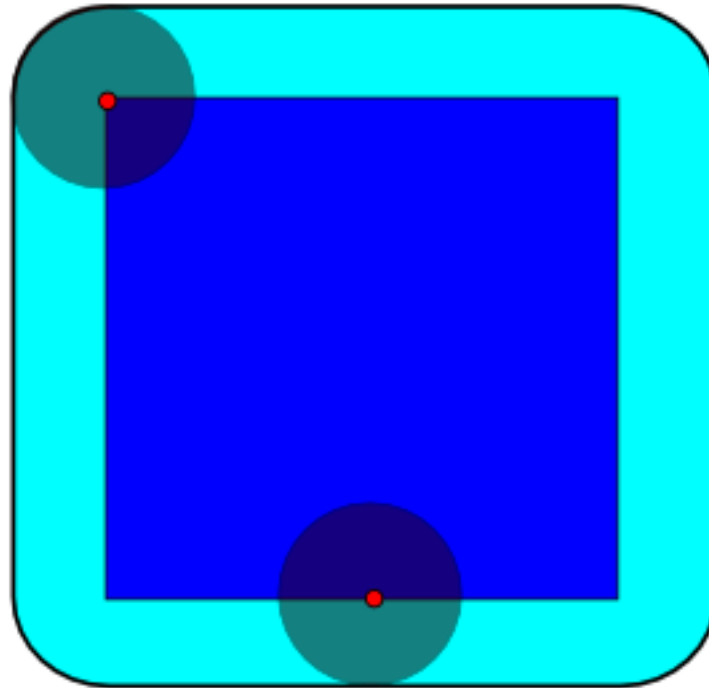


=

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1		■		■		
2		■		■		
3	■		■			
4	■		■			
5		■		■		



GRAFICKÁ INTERPRETACE DILATACE



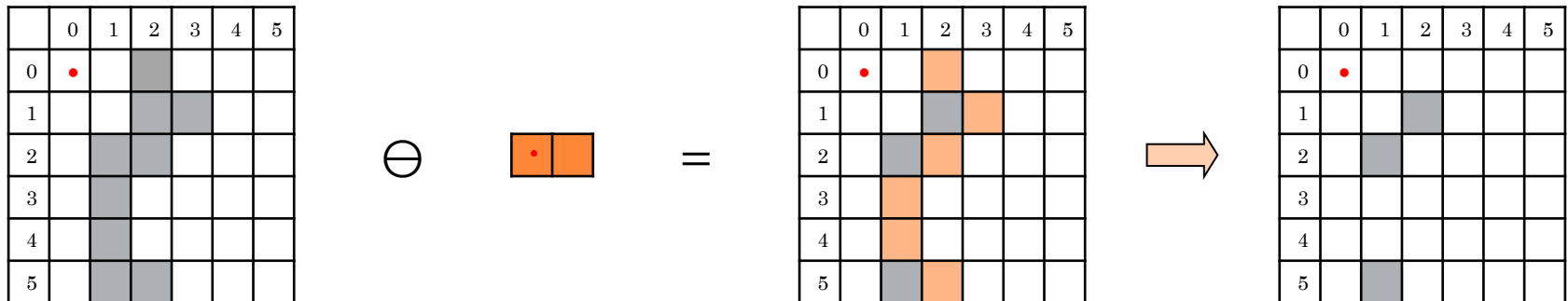
ZÁKLADNÍ MORFOLOGICKÉ OPERACE

○ Minkowského rozdíl:

- $X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_{-b}$
- (pojem zavedl až H. Hadwiger 1957)

○ Binární eroze:

- $X \ominus B = \{p \in \mathbb{E}^2 : p = x + b \in X \forall b \in B\}$
- Průnik \forall posunů obrazu X o vektory $-b \in B$



○ Objekty menší než strukturní element zmizí



VLASTNOSTI EROZE

○ Antiextenzivní:

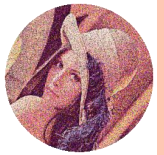
- Je-li počátek $(0,0) \in B \rightarrow X \ominus B \subseteq X$

○ Invariantní vůči posunu:

- $X_h \ominus B = (X \ominus B)_h$

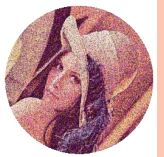
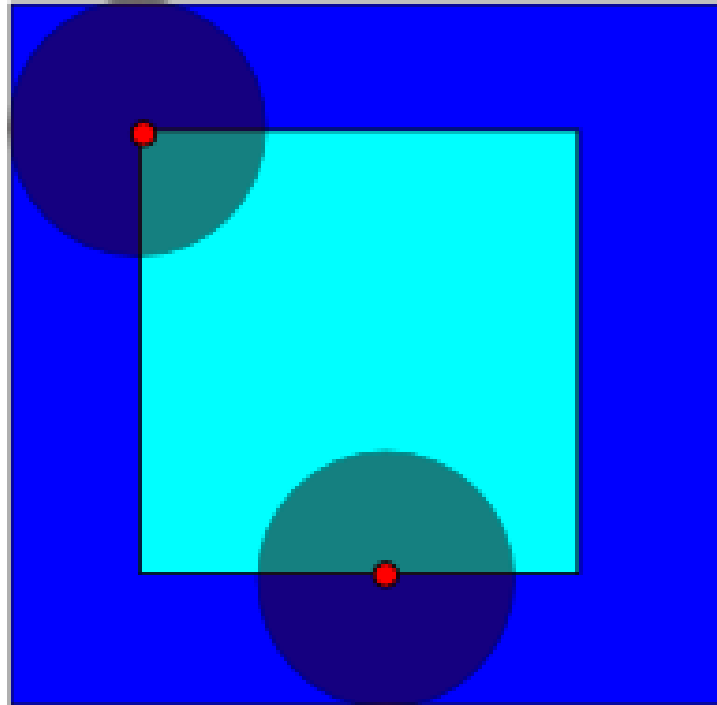
○ Zachovává inkluzi:

- Je-li $X \subseteq Y \rightarrow X \ominus B \subseteq Y \ominus B$



GRAFICKÁ INTERPRETACE EROZE

- $X \ominus B = \{p \in \mathbb{E}^2 \mid B_p \subseteq A\}$

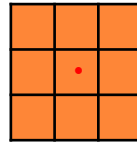


OBRYŠ POMOCÍ EROZE

- Obrys... ∂X
 - Hranice obrazu X, tloušťky 1
- $\partial X = X \setminus X \ominus B$

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	

\ominus



=

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■	■		
5						

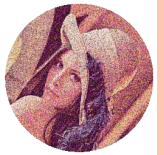
	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	

\setminus

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■	■		
5						

=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■	■	
2		■	■		■	
3		■			■	
4		■	■	■		
5		■	■	■		



OPENING - OTEVŘENÍ

- Eroze následovaná dilatací:
 - $X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$
- Zmizí výběžky menší než strukturní element
- Je-li $X \equiv X \circ B \gg X$ je otevřený vzhledem k B

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2		■	■			
3		■	■	■		
4		■	■			
5		■	■			

\ominus



=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2			■	■	■	
3			■	■	■	
4			■	■	■	
5			■	■		

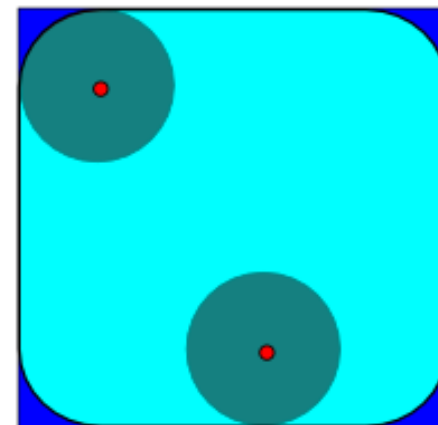
	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■			
5						

\oplus



=

	0	1	2	3	4	5
0	•					
1						
2			■			
3			■	■		
4			■			
5						



CLOSING - UZAVŘENÍ

- Dilatace následovaná erozí:
 - $X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$
- Zaplnění děr menších než strukturální element
- Je-li $X \equiv X \bullet B \gg X$ je uzavřený vzhledem k B

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2		■	■			
3		■	■	■		
4		■	■			
5		■	■			

\oplus



=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■	■		
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	
6		■	■	■		

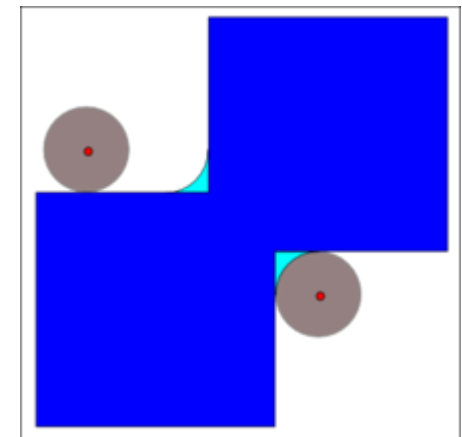
	0	1	2	3	4	5
0	•		■	■		
1			■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4		■	■	■	■	
5		■	■	■	■	
6		■	■	■		

\ominus



=

	0	1	2	3	4	5
0	•		■			
1			■	■		
2		■	■			
3		■	■	■		
4		■	■			
5		■	■			
6		■	■			



VLASTNOSTI \oplus \ominus \circ \bullet

○ Idempotence \circ \bullet :

- $X \bullet B = (X \bullet B) \bullet B$
- $X \circ B = (X \circ B) \circ B$

○ Dualita operací:

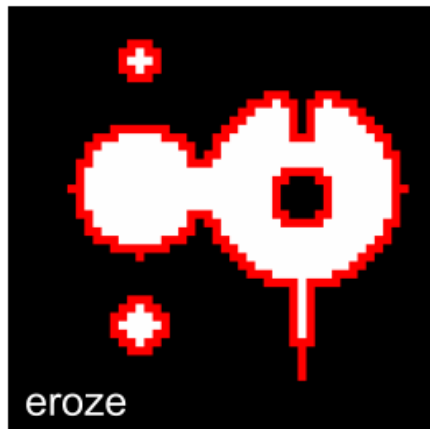
- Eroze – Dilatace
- Opening – Closing
- Pro středově symetrické $B \approx B^S$

○ Jinak:

- $X \oplus B = (X^C \ominus B^S)^C$
- $X \bullet B = (X^C \circ B^S)^C$



POROVNÁNÍ OPERACÍ \oplus \ominus \circ \bullet





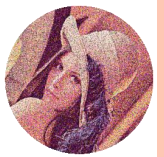
PRAXE

Morfologické operace v obraze

MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA I.

○ Naprogramujte erozi:

- `function F = erosion(I, B)`
 - I ... image
 - B ... strukturní element



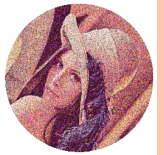
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA I. – ŘEŠENÍ

```
function R = erosion(I,B)
%I= binarni obrazek
%B=strukturni element
```

```
I = filter2(B,I, 'same');
R=I;
R(I<max(I(:)))=0;
R(I==max(I(:)))=1;
```

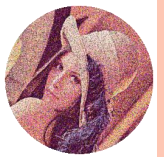
```
function R = erosion(I,B)
%I= binarni obrazek
%B=strukturni element
```

```
B = B/sum(B(:));
M = double(I);
R = zeros(size(I));
M = conv2(M,B, 'same')>0.99;
R(M) = 1;
```



MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA II.

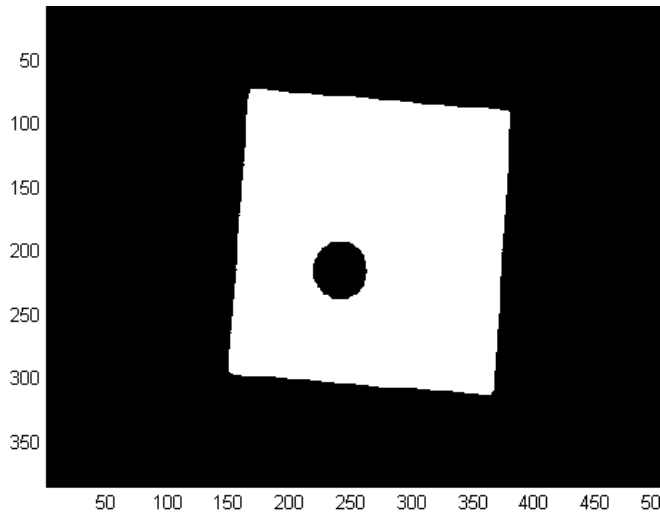
- **Použití eroze:** obr1, kruh
 - Opakovaně erodovat
 - Pozorovat co se děje



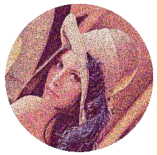
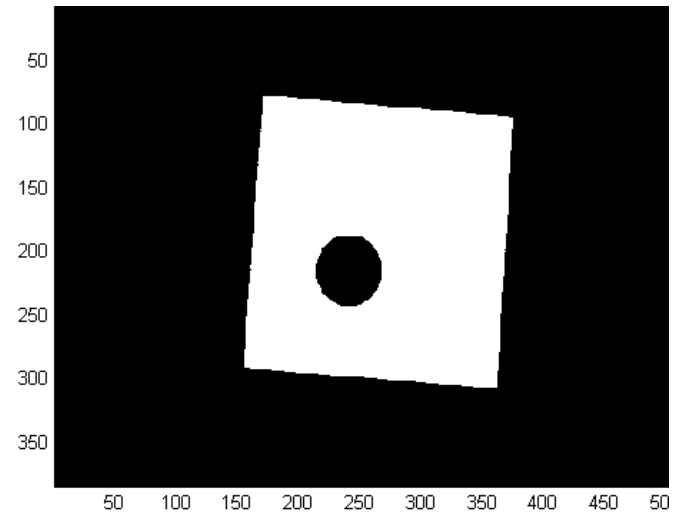
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA II. – ŘEŠENÍ

- zmenšování obvodu a zvětšování díry

Před erozí

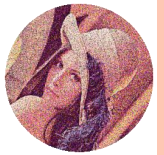


Po erozi

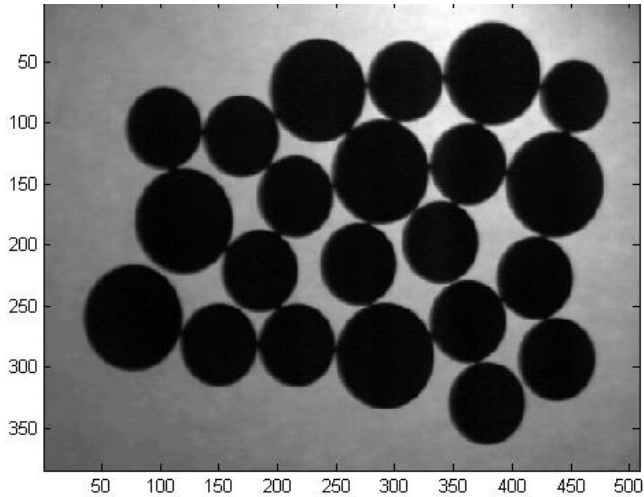


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA III.

- Počítání objektů: obr2
 - Spočítat kolik je tam velkých a kolik malých

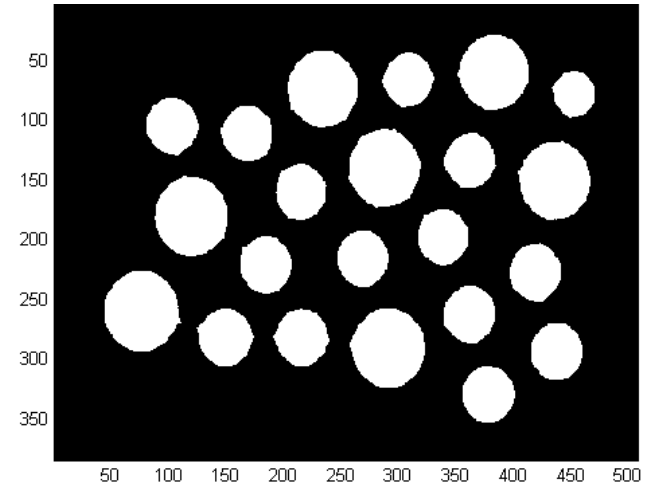


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA III. – ŘEŠENÍ

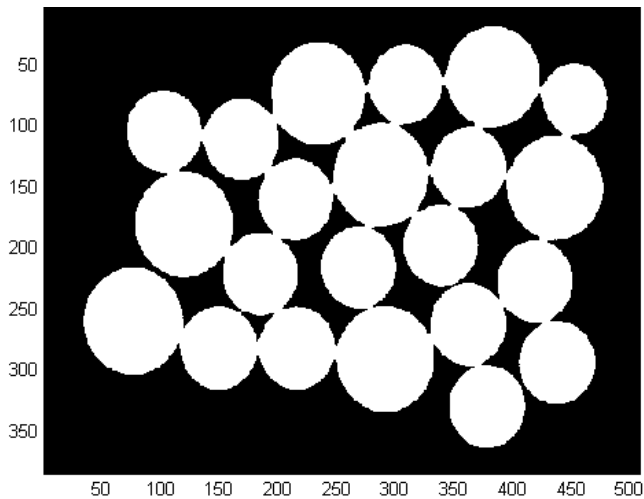


obr2.pgm

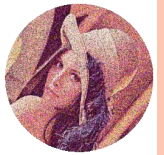
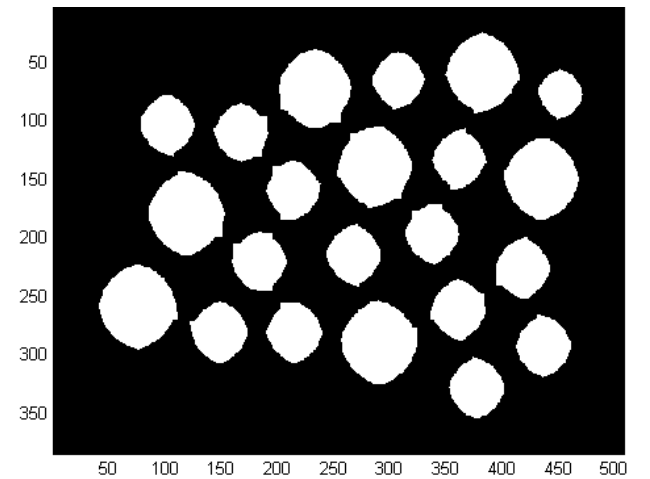
eroze kruhem



oprahované

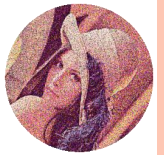
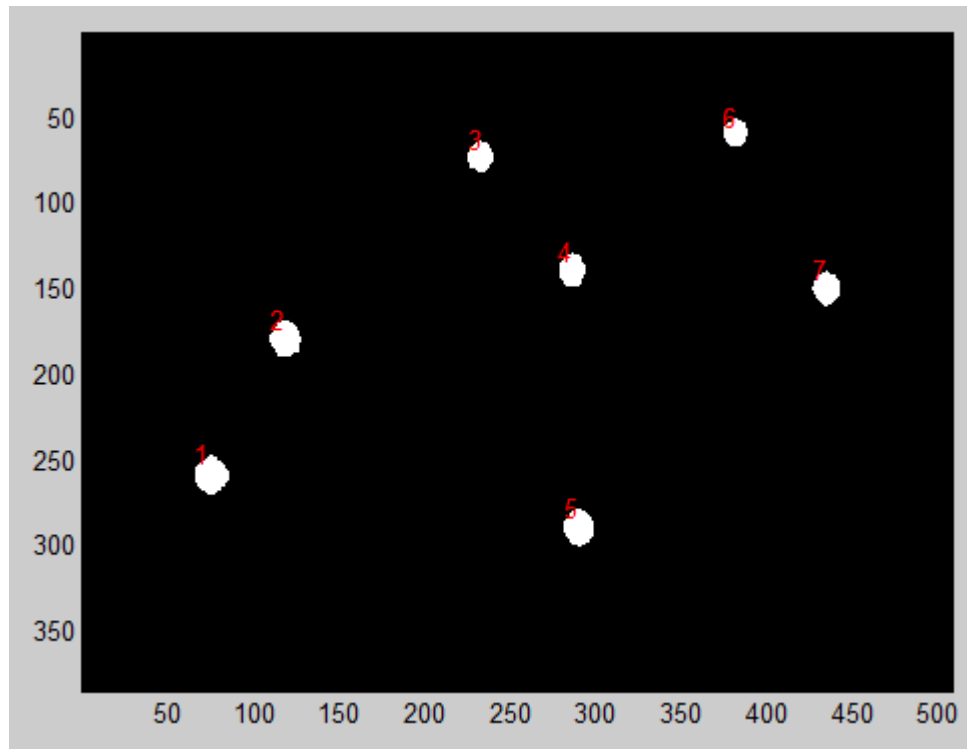


eroze čtvercem



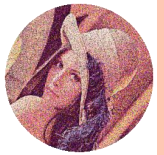
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA III. – ŘEŠENÍ

```
function F=pocet(I)
I=I<90;
K=kruh(11,22);
I=erosion(I,K);
I=erosion(I,K);
I=erosion(I,K);
zobr(I);
[CS, F] = label(I,1);
```

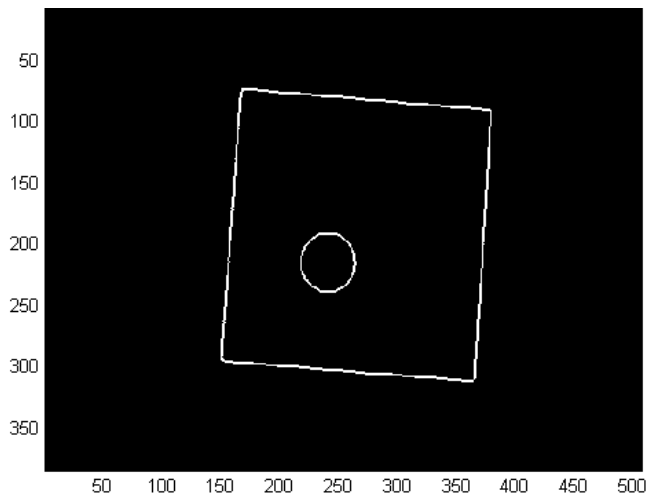


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IV.

- detekce hran: obr1
 - odečíst erodovaný obrázek
 - vyzkoušet na různé velikosti elementů
 - čtverec, 3x3, 9x9
 - kruhy podobných velikosti, porovnat

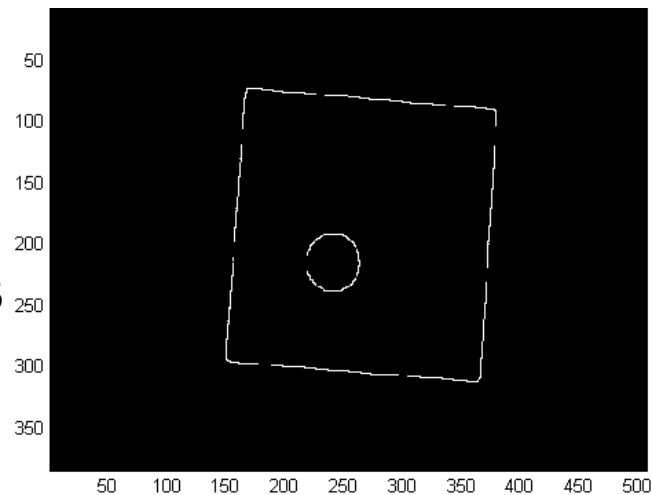


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IV. – ŘEŠENÍ



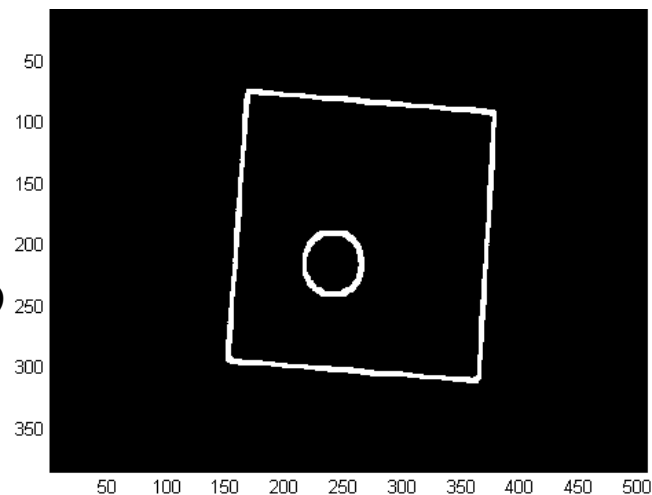
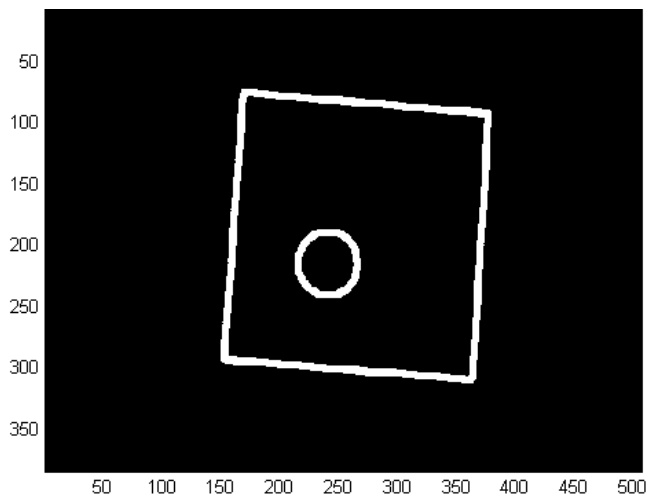
kruh 3x3

čtverec 3x3



kruh 9x9

čtverec 9x9



MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA V.

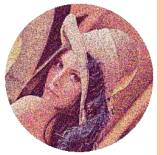
- **Naprogramujte dilataci:**
 - `function F = dilatation(I, B)`
 - I ... image
 - B ... strukturní element
- Vyzkoušet dilataci - **obr1** a porovnat s erozí několikrát po sobě, třeba `kruh(11,5)`



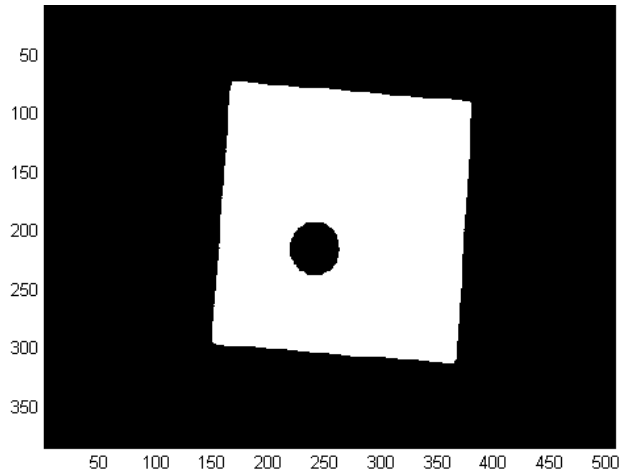
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA V. – ŘEŠENÍ

```
function R=dilation(I,B)
%I= binarni obrazek
%B=strukturni element

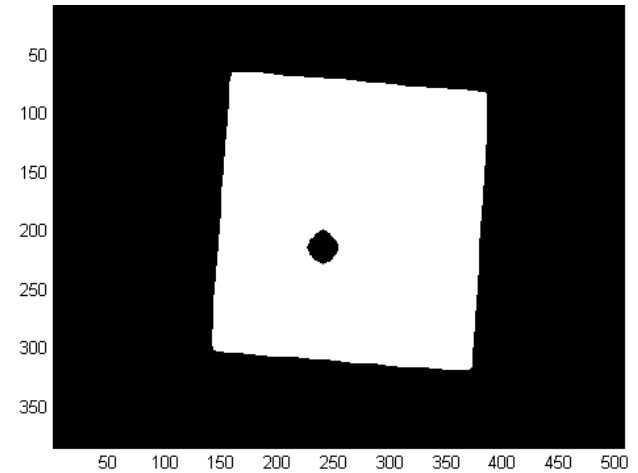
I = filter2(B,I, 'same');
R=I;
R(I>min(I(:)))=1;
R(I==min(I(:)))=0;
```



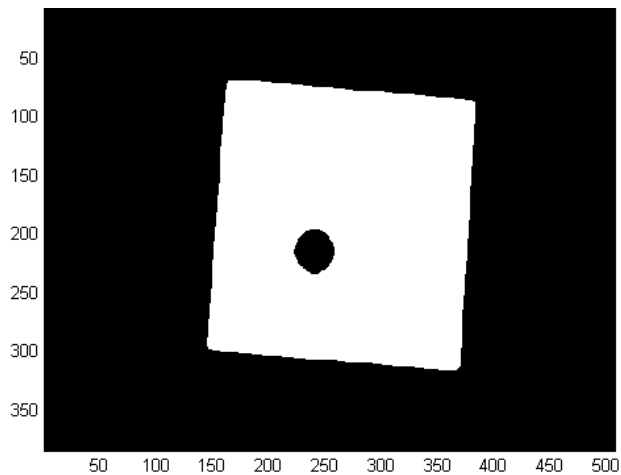
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA V. – ŘEŠENÍ



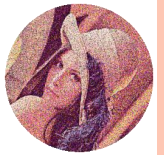
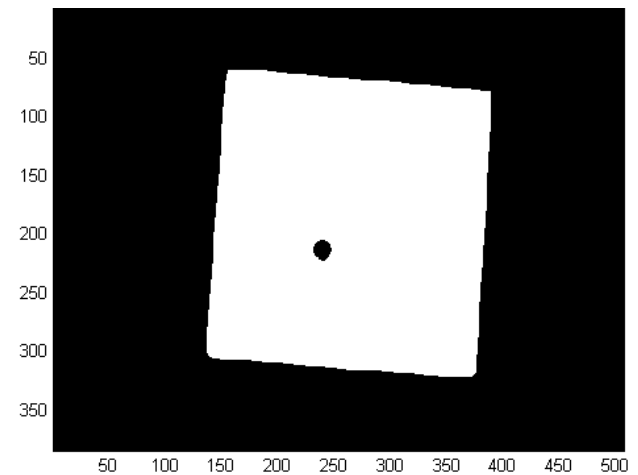
2. dilatace



1. dilatace

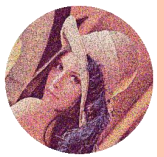


3. dilatace

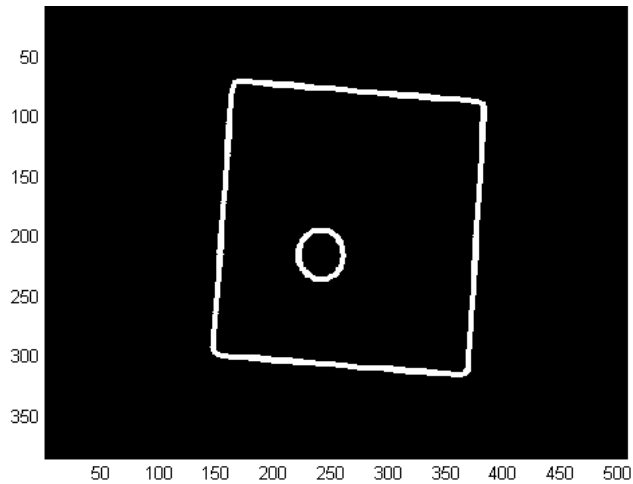


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VI.

- porovnat detekci hran erozí a dilatací - obr1

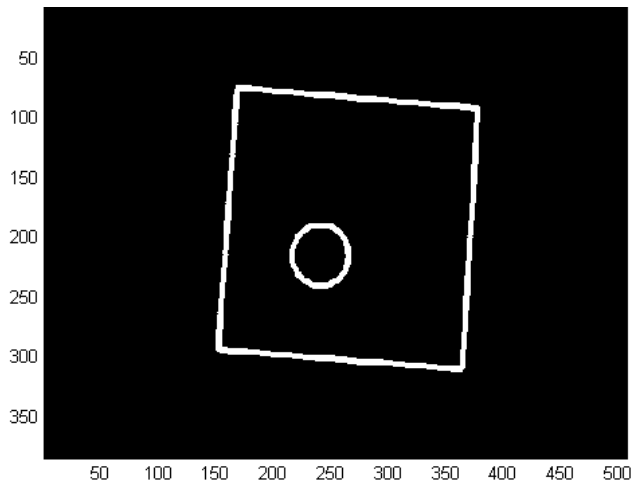
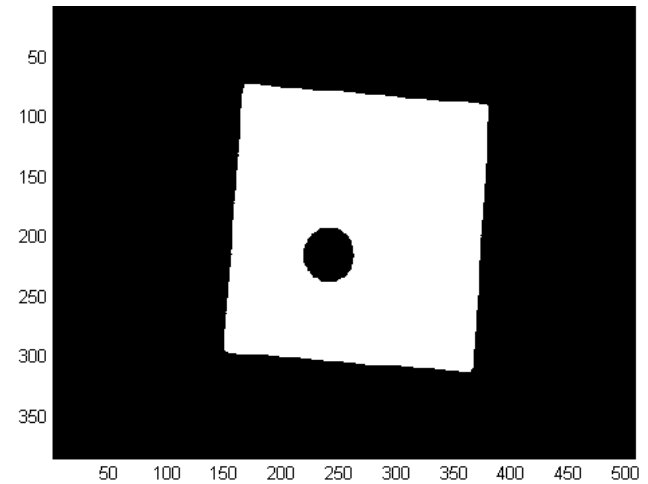


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VI. – ŘEŠENÍ

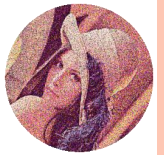


Detekce hran
dilatací

obr1

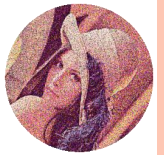
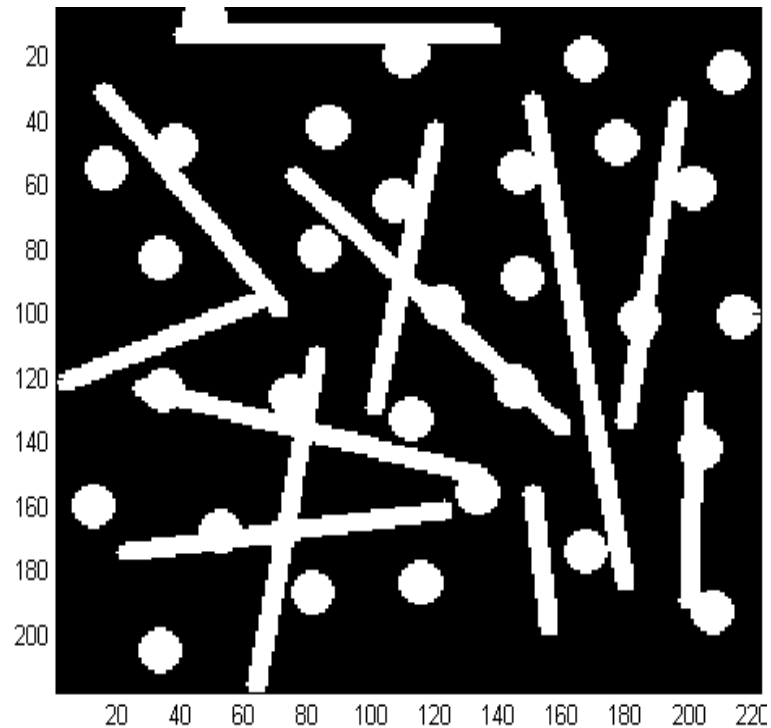


Detekce hran
erozí



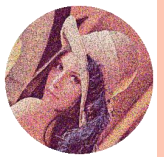
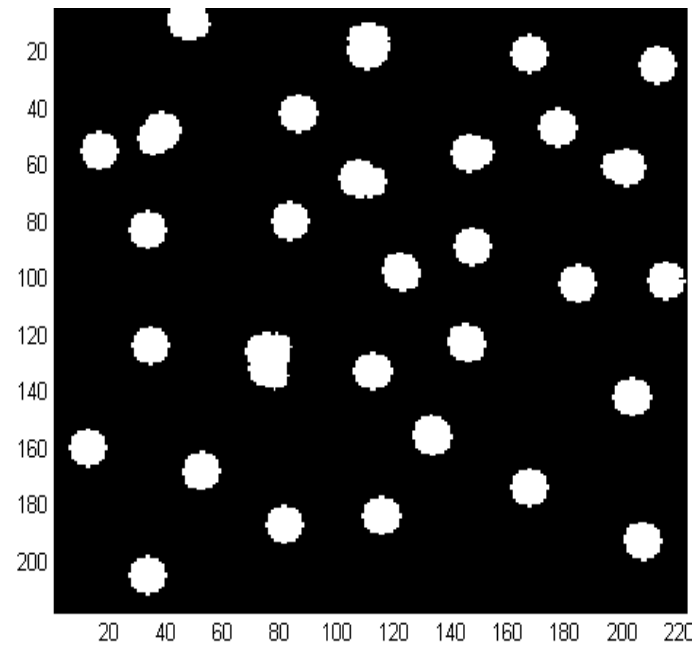
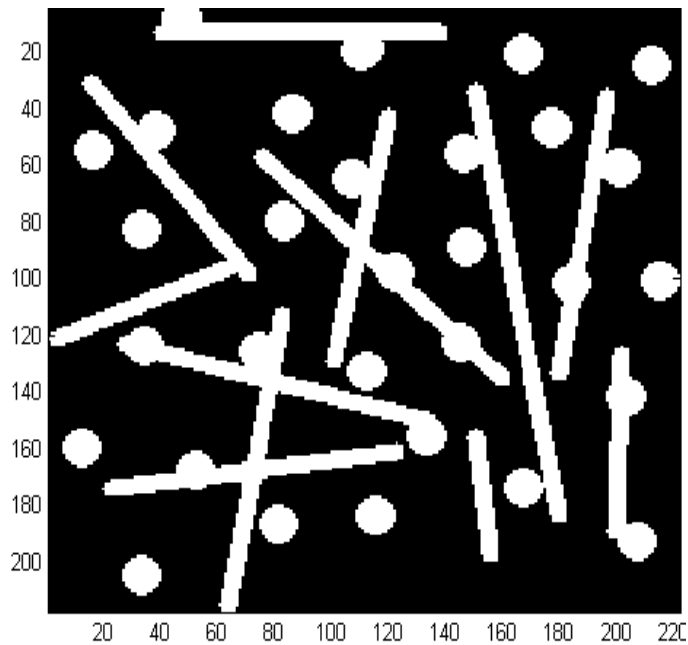
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VII.

- Naprogramujte opening a closing
- Separujte kruhy - obr3



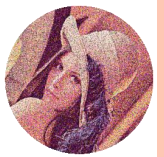
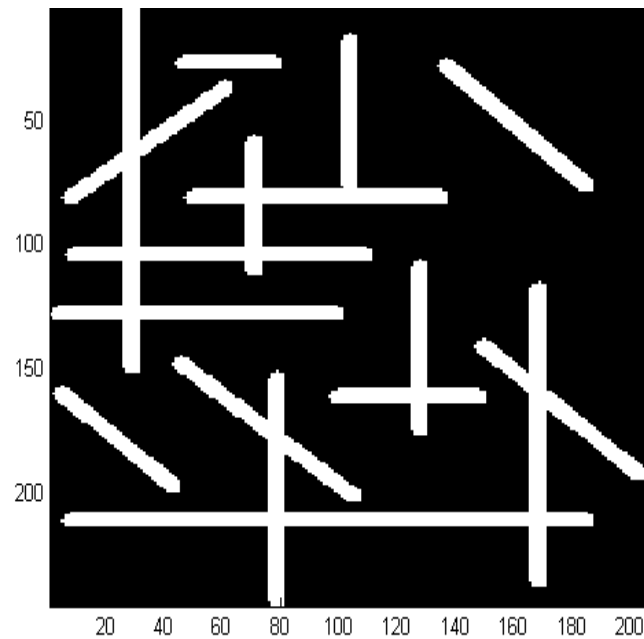
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VII. – ŘEŠENÍ

Opening s kruhem(11,5)

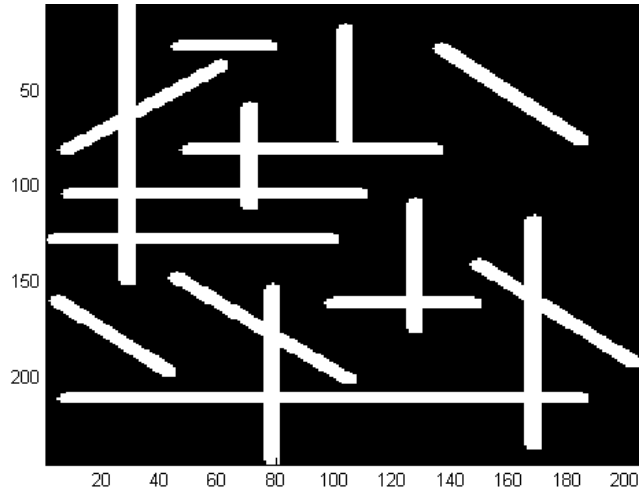


MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VIII.

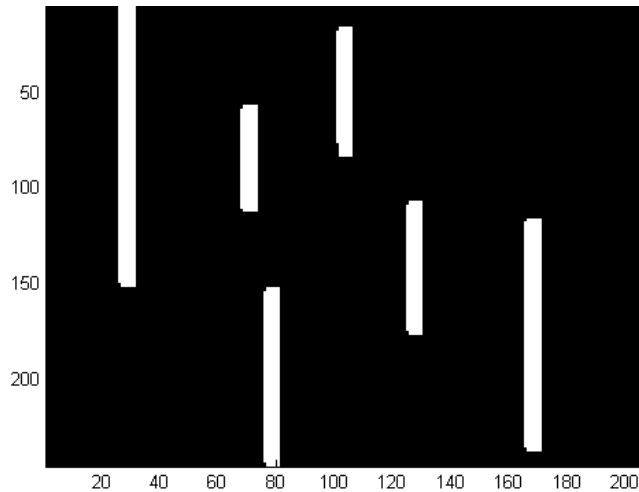
- Zobrazte pouze vodorovné/svislé čáry – obr4



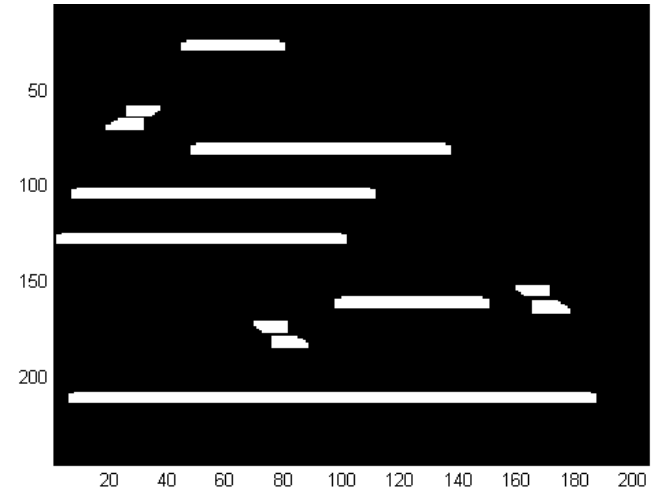
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA VIII. – ŘEŠENÍ



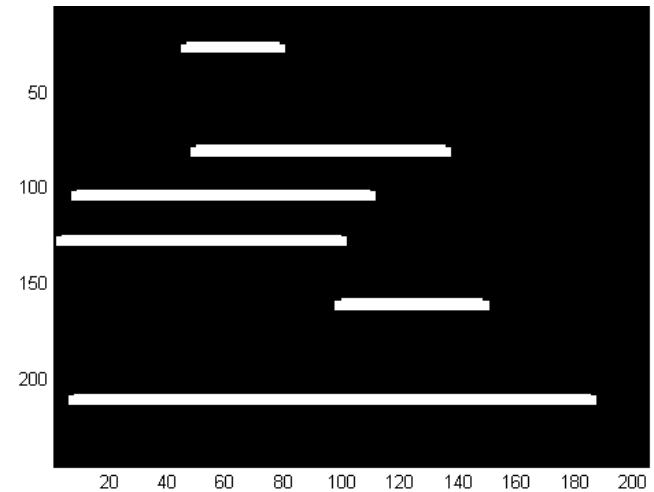
obr4
(opening)



9x3

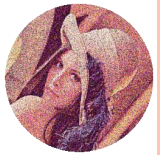


3x9



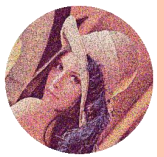
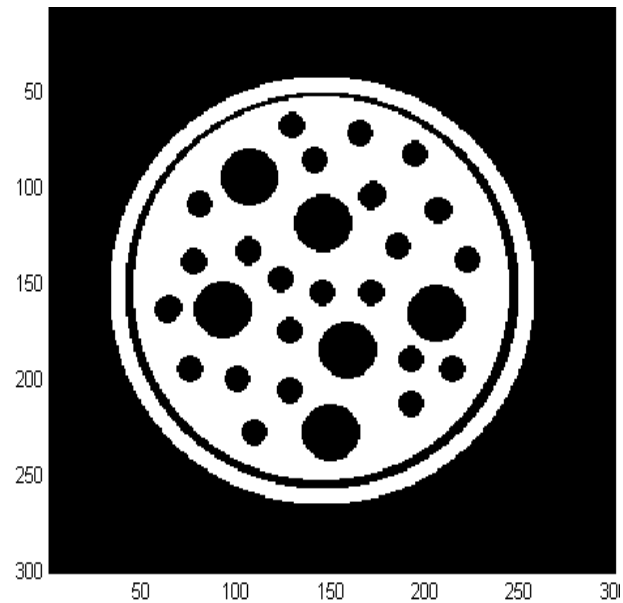
3x15

(Jak eliminovat zbytky ve výsledku?)



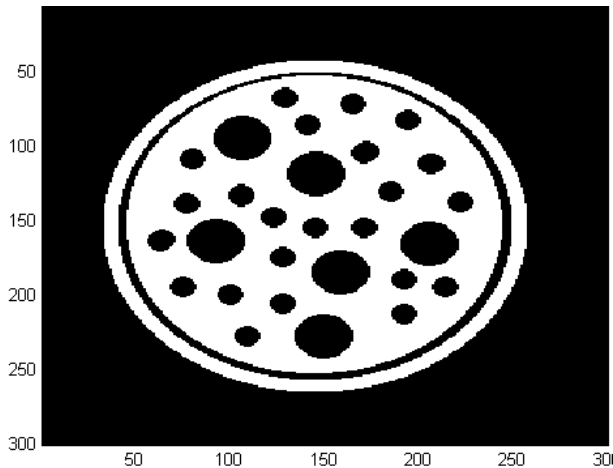
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IX.

- Zaplnit díry - obr5



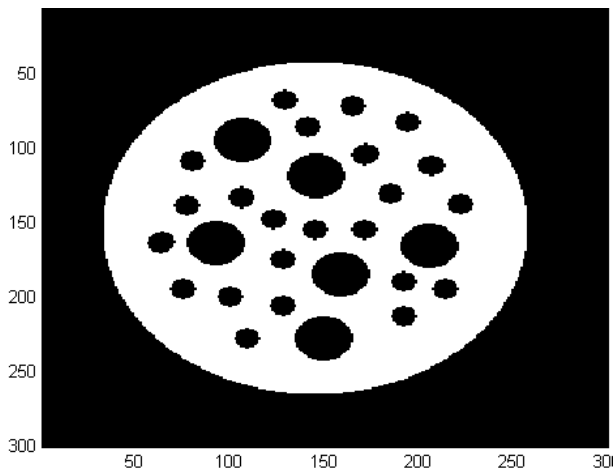
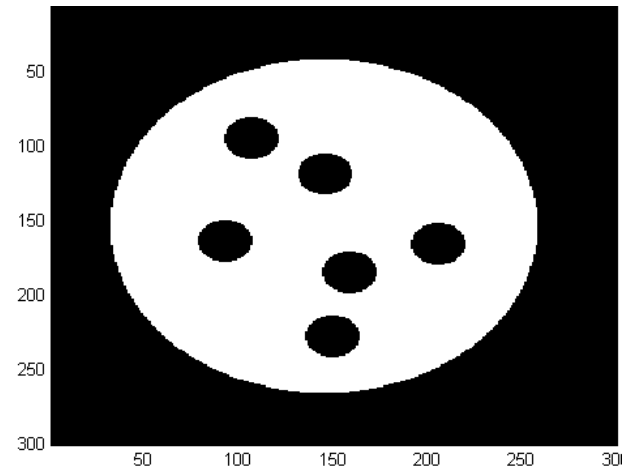
MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA IX. – ŘEŠENÍ

closing s operátorem odpovídající velikosti



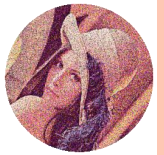
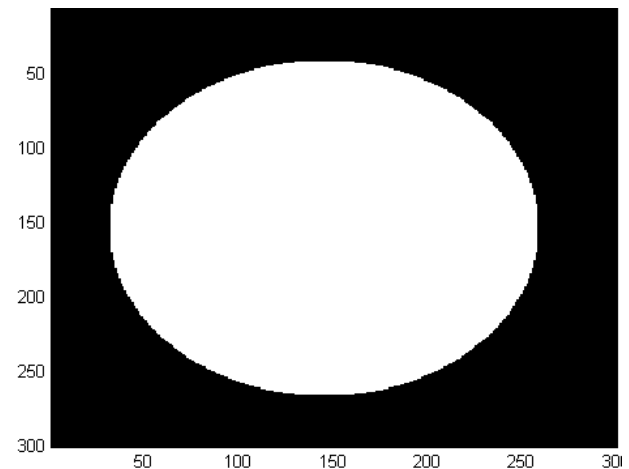
obr5

kruh(21,10)



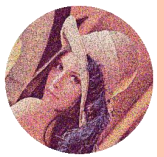
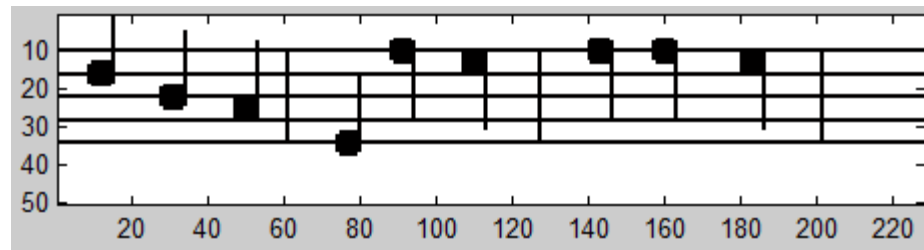
kruh(11,5)

kruh(41,20)



MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA X.

- Pro rychlíky: notová osnova - noty
- odstranit notovou osnovu pomocí operací, které se dnes probírali



MORFOLOGICKÉ OPERACE – ÚLOHA XI.

- Pro rychlíky: skeletonizace –
 - viz příklad ze zkoušky 2004

